

Séance : protocoles de communication réseau : Aloha

Le protocole Aloha est le premier protocole à accès multiple. Il a été mis en place pour un réseau de communication par paquets sur un réseau de radio sur les îles Hawaï. L'objectif était de partager une fréquence unique pour toutes les communications.

Dans ce protocole, toutes les stations sont autorisées à émettre un paquet à tout moment. Si, pendant la période d'émission, une autre station commence une émission, il y a une collision. La non-collision est notifiée à la station émettrice par un bref message d'accusé de réception indiquant que le message a bien été reçu. Un mécanisme de *time-out* indique si le message a subi une collision.

Chaque fois que deux ou plusieurs paquets ont été en collision, les informations correspondantes sont corrompues et perdues. Par conséquent, il doit être ré-émis. Cette re-émission entraîne un surcoût dans l'utilisation de la bande passante, par conséquent le débit réellement utile (utilisé pour les paquets sans collisions), est inférieur à 100 %.

Exercice 1. Aloha

Dans tous les problèmes, nous supposons que l'émission d'un paquet prend 1 unité de temps. Le but de cet exercice est d'étudier quelle quantité maximale d'information on peut faire passer par ce protocole. Chaque station émet un paquet de façon indépendante des autres. On note $N(t)$ le nombre de paquets ayant été transmis entre le temps 0 et le temps t . On suppose que $N(t)$ est un processus de Poisson d'intensité λ .

a. Poisson - Justifier cette hypothèse.

b. Probabilité de collision - Calculer la probabilité qu'un paquet donné rencontre une collision.

c. Nombre de transmissions - On note p cette probabilité. Quel est la loi du nombre de transmissions pour émettre un paquet ? Calculer le nombre moyen d'essais nécessaires pour transmettre un paquet.

d. Débit effectif - Quel est le débit effectif du système (*i.e.* le nombre de paquets effectivement transmis) en fonction de λ ?

On note $S(\lambda)$ ce débit effectif.

e. Utilité - Tracer $S(\lambda)$ en fonction de λ et étudier la courbe. En particulier, quel est le débit effectif maximal de ce protocole ?

Ce protocole a été amélioré notamment en synchronisant les temps d'émissions (*slotted Aloha*). En écoutant le canal, on peut éviter la plupart des collisions, seules celles durant le démarrage de la transmission ne pas être détectées et requièrent une nouvelle transmission. Elle conduit à des protocoles comme CSMA/CD. Ces protocoles sont utilisés dans diverses situations et en particulier dans les réseaux sans fil.

Exercice 2. Slotted Aloha

Le but de cet exercice est de montrer l'instabilité du protocole Aloha (en étudiant un modèle un peu plus simple). Lors de l'utilisation d'Aloha, les ingénieurs ont été confrontés à des problèmes : pendant une assez longue période, le système marchait bien mais au bout d'un certain temps, le nombre de paquets en attente se mettait à tendre vers l'infini. Le système était alors remis à zéro manuellement. Rejetant le problème sur une faute matérielle, il a fallu longtemps (10 ans ? Plus ?) pour que l'on apporte une réponse satisfaisante.

On considère une version discrétisée d'Aloha. Le temps n'est plus une variable continue mais devient $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

On appelle A_n le nombre de paquets arrivant pendant la n -ième unité de temps. À chaque unité de temps $n \geq 1$, chaque paquet est émis avec probabilité p (on note $B_i^n = 1$ si le paquet est émis, 0 sinon. B_i^n est une variable aléatoire de Bernoulli B_i^n de paramètre p). Comme dans la version originale d'Aloha, un paquet est transmis avec succès si un unique émetteur tente de transmettre son paquet et le paquet est alors retiré du système. Si deux émetteurs tentent de transmettre leur paquet en même temps, il y a collision et le paquet devra être retransmis plus tard.

Pour commencer

On note $L(n)$ le nombre de messages en attente de transmission à la fin de la n -ième unité de temps.

- a. Montrer que $L(n+1) = L(n) + A_n - \mathbf{1}_{\{\sum_{i=1}^{L(n)} B_i^n = 1\}}$

Instabilité

On suppose que les A_n (et les B_i^n) sont *iid*. De plus on suppose pour l'instant qu'il peut arriver au plus un paquet par seconde (on a donc $P(A_n=0) = q$, $P(A_n=1) = 1 - q$, on suppose $0 < q < 1$).

a1. S'il y a k paquets dans le système, on note p_k la probabilité qu'il y ait un paquet de transmis (*i.e.* qu'il y ait exactement un paquet émis pendant une unité de temps). Calculer p_k .

a2. Montrer que $L(n)$ est une chaîne de Markov et qu'elle est irréductible et apériodique. Dessiner son graphe de transition.

a3. Supposons que $L(n)$ admet une mesure invariante $\Pi_0, \dots, \Pi_k, \dots$, établir une relation entre Π_{k+1} et Π_k , en déduire une contradiction (indication : montrer que $\lim_{k \rightarrow \infty} \Pi_k = +\infty$).

a4. Conclure sur la stabilité du protocole quand il peut y avoir au plus une arrivée par instant.

b. Dans la pratique, on observe une apparente stabilité pendant une grande période de temps puis lorsque le système dépasse un certain seuil, il se met à diverger. Expliquer ce phénomène.

c. (*) Montrer que le nombre de messages transmis est presque sûrement fini.

d. (*) Si maintenant on enlève la limite d'une arrivée maximum par seconde, que peut on en conclure sur la stabilité du protocole ?

Amélioration ?

Afin d'essayer d'améliorer la stabilité d'Aloha, on peut faire dépendre la probabilité d'émission d'un paquet du nombre de paquet dans le système, *i.e.* $p = \alpha/N$ avec $\alpha > 0$.

e. Calculer alors le débit effectif d_N du système en fonction de α et de N (*i.e.* la probabilité de réussir effectivement une transmission quand il y a N paquets dans le système).

f. Donner un équivalent de d_N en $+\infty$.

g. Quel α choisir pour maximiser ce débit ?

h. Pourquoi ce protocole n'est pas utilisé en pratique ?

Ethernet

Ethernet est une amélioration d'aloa. Pour Ethernet, la probabilité d'essai d'une transmission est modulé en fonction du nombre d'échecs subis : si un message a essayé sans succès n fois, sa probabilité d'essai de transmission est de $1/2^n$. Son étude demande plus de travail. On peut montrer que le rendement maximal est de $\log 2 \approx 0,693$.