

Examen du 25 avril 2008

Durée 2 heures,

Une feuille recto-verso est autorisée,

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la clarté de la présentation. (2 points)

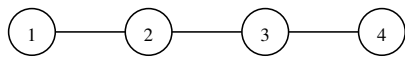
Le barème est indicatif.

Accès à une ressource en exclusion mutuelle ... (9 points)

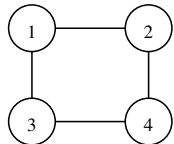
Un algorithme d'exclusion mutuelle repose sur l'unicité d'un jeton circulant entre différents sites d'un réseau. On suppose que les communications sont bidirectionnelles.

L'algorithme fonctionne de la manière suivante. Sur réception du jeton si le site demande la section critique il entre en SC, après son utilisation il renvoie le jeton sur l'un de ses canaux sortant de manière aléatoire et uniforme. Initialement un seul site possède le jeton et les communications sont supposées fiables.¹

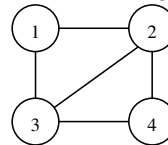
On modélise ce protocole par une marche aléatoire sur un graphe. Lorsque le jeton est sur un sommet il décide soit de rester soit de sauter sur l'un des sommets voisins. Il choisit uniformément parmi toutes ces possibilités. Par exemple sur le graphe 1, lorsque le jeton est sur le sommet 2, il saute sur le sommet 1 avec la probabilité $\frac{1}{3}$, sur le sommet 3 avec la probabilité $\frac{1}{3}$ et reste sur place avec la probabilité $\frac{1}{3}$.



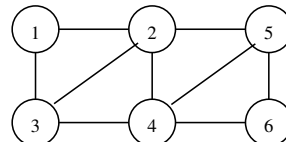
Graphe 1



Graphe 2



Graphe 3



Graphe 4

Question 1 :

Pour chaque graphe proposé, calculer la probabilité asymptotique du jeton d'être sur chacun des sommets du graphe.

Question 2 :

Commenter votre réponse et généraliser à un graphe où tous les sommets ont le même nombre de voisins.

Question 3 :

Généraliser à un graphe quelconque.

Indication : Chercher une distribution stationnaire proportionnelle au degré du sommet.

¹Exercice à faire à la maison : écrire cet algorithme sous forme de règles.

Question 4 :

Expliquer pourquoi ce protocole évite la famine pour l'accès à la ressource. A partir de la distribution stationnaire donner pour le graphe 1 le nombre moyen d'étapes séparant une visite du jeton. En déduire que le protocole n'est pas équitable. Comment peut-on le rendre "plus équitable" ?

Communications groupées ... (9 points)

Un protocole de communication est basé sur une autorisation circulante (jeton). Les processus d'un site voulant envoyer des messages sur un canal partagé attendent que le jeton soit présent pour émettre "en rafale" les messages accumulés depuis le dernier passage du jeton. (Le jeton contrôle le flush du buffer de communication.)

On suppose que le jeton passe régulièrement, la fréquence de passage est de μ par unité de temps. A cause de charge du réseau, les passages du jeton fluctuent.

Localement les processus du site génèrent de nouveaux messages à envoyer, on note λ le débit moyen d'arrivée de messages par unité de temps. On s'intéresse au nombre de messages bloqués dans le buffer en attente du passage du jeton en vue de le dimensionner.

Pour garantir que le protocole ne génère pas de famine, on suppose que le jeton permet d'envoyer une rafale de C messages au maximum.

Question 1 : Stabilité

Donner la condition de stabilité de ce protocole. Construire un modèle markovien de ce système en justifiant les hypothèses statistiques utilisées.

Dans les questions qui suivent on supposera que C est infini (on vide complètement le buffer).

Question 2 : Loi du nombre de messages en attente

Calculer la loi stationnaire du nombre de messages en attente. Donner sa moyenne et sa variance.

Question 3 : Taille du buffer

Si la taille du buffer est K et que les messages émis ne pouvant entrer dans le buffer sont perdus, calculer le taux de pertes de messages. Tracer ce taux de perte en fonction de λ . On prendra $K = 5$, $K = 10$ et $\mu = 1$ pour tracer les courbes. Commenter vos résultats.

Question 4 : Taille de rafales

Calculer la loi de la taille des rafales. Commenter votre résultat.