Utilisation du graphisme

Nicolas Gast - nicolas.gast@ens.fr

10 octobre 2005

1 Tracer des fonctions

Exercice 1. Fonction $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$

Nous avons déjà vu la commande `plot`. Elle s'utilise avec la syntaxe `plot(f(x), x=a..b, options)`.
Les options peuvent être :
- `discont = true` : force Maple à ne pas rejoindre les points de discontinuité
- `numpoints = 100` : par défaut, Maple calcul un minimum de 50 points par courbes, on peut lui en demander plus.
- `y=c..d`
- `scaling = constrained`

Notons que pour tracer plusieurs courbes, on peut utiliser `plot([expr1,expr2,...,exprn], intervalle, color=[c1,c2,...cn], stype=[s1,s2,...sn]`

a. Sur l'intervale $[0;100]$, tracer les courbes $x \mapsto \sqrt{(}x)$ et $ln(x)$ dans un même graphe.
b. Tracer la fonction $x \mapsto floor(x)$, attention à la non-continuité de la fonction.
c. Tracer la fonction $x \mapsto x\exp(-x)$ pour x ¿ -1. Pensez vous que sa dérivée s'annule sur l'intervalle considéré ?
d. Tracer la courbe $x^3 \sin(e^{\frac{1}{x}})$ sur [.15, .2] avec 50 points puis avec 300 points. Y-a-t-il une différence ?

Exercice 2. Échelle logarithmique, inégalitées

Pour tracer des inégalités, utiliser la commande `inequal()`
Les commandes `logplot` (resp `semilogplot` et `loglogplot`) permet d'obtenir une échelle logarithmique sur l'axe des x (resp y et (x et y)).
a. Tracer la courbe $x \mapsto x^{3.5}$ et $x \mapsto exp(x)$ en échelle log-log. Pourquoi est-il plus intéressant de les tracer en échelle log-log ?
b. Délimiter sur un graphique allant de -1 à 1 la région définie par les inégalités $x + y < 1$ et $y > -0.5$.

Exercice 3. Courbes paramétrées

Pour tracer une courbe paramétrée définie par les fonctions $f(t), g(t)$, la syntaxe est d'utiliser
`plot( f(t), g(t), t=a..b)`
a. Tracer la courbe définie par $(cos(t), sin(t), t \in [0; 2 * Pi])$
b. Tracer la courbe définie par $(t + cos(t), sin(t) + 1, t \in [0; 10])$ (remarque : vous avez peut-être déjà vu cette courbe quelque part ?)

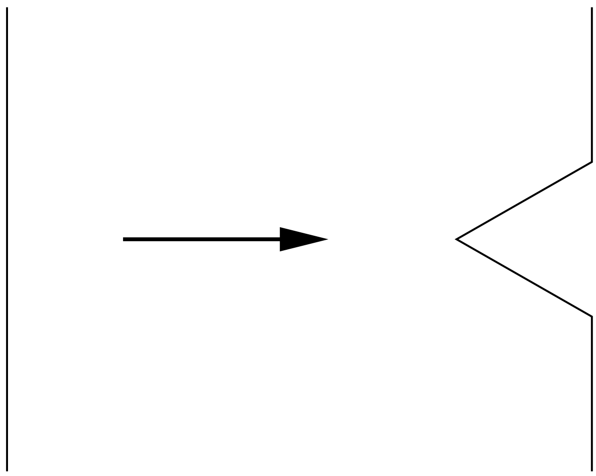
Exercice 4. Courbes 3d

Maple sait tracer des courbes 3d à l'aide de la commande :
`plot3d ( f(x,y), x=a..b, y=c..d, options);`
a. Tracer la courbe $x^2 - y^2$ pour $(x, y) \in [-2; 2] \times [-2, 2]$

2 Nuages de points, annimate

Exercice 5. le Flocon de Von Koch

Le floncon de Von Koch est une des premières coubres fractales connues. Pour le construire, on part d'un segment que l'on partage en trois parties égales ; puis on construit le triangle équilatéral basé sur la partie centrale. On recommence ensuite la même opération sur les quatres nouveaux sous-segments obtenus, le flocon est la limite à l'infini de cette construction.



Le but de cet exercice est de faire un programme Maple permettant de construire les premières itérations. Afin de simplifier les calculs, nous allons calculer toutes les coordonnées à l'aide de complexes.

Dans la suite de l'énoncé, un point désignera une pair de coordonné (`[x,y]`).

a. Écrire une fonction `affixe := proc(p)` prenant en entrée un point en rendant son affixe.

b. Écrire une fonction `pointaffixe := proc(a)` prenant en entrée une liste d'affixe de points et rendant la liste des points correspondants.

c. Écrire une fonction `rotation := proc(a,b,`θ`)` prenant en entrée deux affixes a et b et un angle θ et rendant l'affixe de l'image de b par la rotation de centre a et d'angle θ

d. Écrire une fonction `transfo := proc(a,b)` prenant en entrée deux affixes de points et rendant une suite de 5 affixes de points correspondants à une étape de la transformé de Von Koch. Exemple :

```
> transfo(1,I);transfo(1,I);
1, 2/3+1/3*I, (2/3+1/3*I)+(-1/3+1/3*I)*(1/2+1/2*I*3^(1/2)), 1/3+2/3*I, I
```

e. Écrire une fonction récursive `flocon := proc( a,b, niveau)` et rendant une suite de points correspondant à ``` ``niveau'' ``` transformations de Von Koch.

f. Tester cette fontion en tapant :

```
flo1 := flocon(0,I,2): flo2 := flocon(I,1+I,3):
flo3 := flocon(1+I,1, 4):  flo4 := flocon(1,0,5):
plot(pointaffixe([flo1, flo2, flo3, flo4]), axes=none);
```

Exercice 6. Annimation

a. Charger la bibliothèque de fonction animate de la bibliothèque plots à l'aide de la commande `with(plots, animate)`.

b. Taper la commande `annimate(sin(x*t), x=0..10, t=0..2)` et annimez votre fonction.

c. Taper la commande `annimate( [a*cos(t), sin(t), t=0..10], a=0..3)`

d. Annimer la courbe $x \mapsto 1 - x^n$ pour x variant entre 0 et 1, pour n variant entre 1 et 50 avec 300 frames.

e. Annimer votre flocon `flocon(0,1+I,n)` pour n allant de 0 à 4.

Exercice 7. Bonus

a. Calculer (sur le papier) le périmètre du flocon de Von Koch à l'itération n.

b. Tracer la fractale où on part d'un carré et à chaque itération, on construit sur chaque coté du carré un carré 2 fois plus petit.

c. A l'aide d'une fractale, imaginer comment on peut contruire une fonction continue mais dérivable en aucun point.