

La puissance énergétique consommée par un serveur croît généralement à minima quadratiquement avec la vitesse à laquelle il fonctionne. Lorsque l'on doit mettre en place un serveur, il est donc légitime de se demander s'il est raisonnable d'acheter systématiquement la machine la plus puissante possible, sachant que non seulement elle coûtera certainement plus cher à l'achat, mais que sur le long terme, elle coûtera également plus cher en électricité.

L'objectif de ce DM est d'analyser les performances de serveurs modélisés par une file d'attente simple de type $M/M/1$ en mode FIFO en fonction du taux d'inter-arrivées λ (on suppose donc des inter-arrivées et des temps de services exponentiels). L'indice de qualité de service à étudier est l'espérance du temps de réponse R des tâches ainsi que la l'espérance de la consommation énergétique E instantanée du serveur. On s'intéressera aux modèles de serveurs suivant :

1. S_1 : Un serveur un peu ancien, peu puissant, avec un temps de service exponentiel de taux $\mu_1 = 1$, une consommation énergétique instantanée $E_1 = 1$ lorsqu'il est en train de traiter une tâche et $E_0 = .5$ lorsqu'il est en veille.
2. S_2 : Un serveur moderne, assez puissant, avec un temps de service exponentiel de taux $\mu_2 = 2$, une consommation énergétique instantanée $E_2 = 4$ lorsqu'il est en train de traiter une tâche et $E_0 = .25$ lorsqu'il est en veille.
3. S_3 : Un serveur combinant les deux serveurs précédents. Les deux serveurs travaillent en parallèle et lorsqu'un processeur termine de traiter une tâche, il prend la première en attente. La consommation énergétique est la somme de la consommation énergétique des deux serveurs.

Règles du jeu

- Comme d'habitude, travail en binôme, vous pouvez vous parler mais interdit de pomper les uns sur les autres. Si vous échangez avec un autre binôme, signalez le clairement et indiquez quelle a été la nature de vos échanges.
- Vous produirez un rapport en R+Markdown à partir du stub fourni sur la page web du cours. Ce stub contient un simulateur en R qui simule le comportement d'une file d'attente gérée en mode FIFO. Vous devrez lire ce code afin de bien comprendre comment il fonctionne. Vous le modifierez pour l'adapter à l'étude que vous souhaitez faire.
- L'ensemble des figures devra être réalisé à l'aide de `ggplot2` et devra indiquer à l'aides d'intervalles de confiance la précision de vos résultats. Pour cela, il sera certainement judicieux d'ajuster la durée de vos simulations à ce que vous étudiez.
- Ce sujet ne comporte pas de difficulté de programmation mais porte uniquement sur l'analyse de ce type de systèmes. **Une attention toute particulière sera donc portée sur la clarté de vos explications, de vos analyses et de vos plans d'expérience.** Soyez futés !
- Le travail est à effectuer en binôme et à déposer sur `rpubs` pour le 7 mars, minuit heure de Paris.

Question 1. Comparaison de la performance de S_1 et de S_2

1. Tracer sur une même figure une estimation de l'espérance du temps de réponse des deux serveurs.
2. Tracer sur une même figure une estimation de l'espérance de la consommation énergétique des deux serveurs.
3. Pour quelles valeurs de λ est-il plus rentable sur le plan énergétique d'utiliser le serveur S_1 que le serveur S_2 ? Vous tenterez de donner une estimation relativement précise (à 0.01 près par exemple) de la valeur critique de λ pour laquelle S_2 devient plus intéressant de S_1 .

Question 2. Étude du serveur S_3

1. Étudiez la performance du serveur S_3 et rajoutez aux deux figures précédentes vos estimations.
2. Pour quelles valeurs de λ est-il plus rentable sur le plan énergétique d'utiliser le serveur S_3 que le serveur S_2 ?

Question Subsidiare. Influence de l'hypothèse Markovienne Reprendre les questions précédentes avec des temps de service déterministes de durées $1/\mu_1$ et $1/\mu_2$.