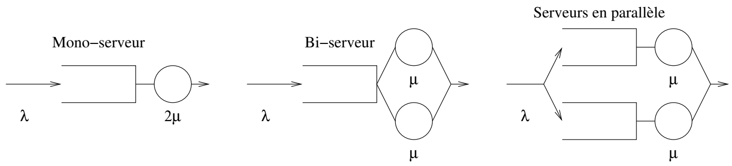
Séance : Exercices sur les files d'attente

Comparaison de files

On souhaite comparer 3 architectures de files d'attente :

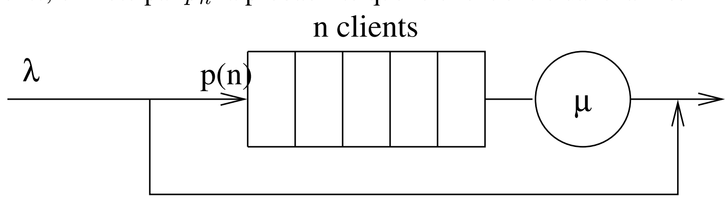


Pour chaque file d'attente déterminer la condition de stabilité. En régime stationnaire comparer le temps de réponse moyen pour chacune de ces architectures. Commenter la comparaison en vous appuyant sur le coût relatif de chaque configuration.

Comment ces résultats se transforment-ils lorsque la capacité du système est finie égale à C ?

Client impatient

On considère la file d'attente suivante : un client qui arrive dans le système ressort immédiatement au vu du nombre de clients présents, on note par p_n la probabilité que le client entre dans la file.



On supposera la capacité de la file infinie, un seul serveur de loi exponentielle de paramètre μ, le processus d'arrivée des clients se fait selon un processus de Poisson de paramètre λ. De plus on suppose que chaque client entrant dans le système voyant n clients devant lui décide avec la probabilité $p(n)$ de quitter directement le système (client impatient). On supposera que ces choix ne dépendent que du nombre de clients dans le système à l'instant d'arrivée. On supposera également que les processus d'arrivée et de services sont indépendants.

1. Expliquer brièvement pourquoi le processus stochastique X_t, nombre de clients dans la file à l'instant t, est un processus markovien.
2. Montrer que X_t est un processus de naissance et de mort. Quels sont ses paramètres ?
3. Soit $\pi_n(t) = \mathbb{P}\{X_t = n\}$. Écrire les équations différentielles récurrentes régissant les $\pi_n(t)$.
4. Calculer, lorsque le processus est stationnaire les probabilités d'équilibre.
5. En déduire les indices de performances suivants :
   (a) Le nombre moyen de clients à l'état stationnaire.
   (b) La loi du temps de séjour d'un client dans le système.
   (c) Le temps de réponse moyen par client (à l'aide de 2 méthodes).
   (d) Le taux d'impatience.
6. Que se passe-t-il pour $p(n) = p$ indépendant de n ?
7. Que se passe-t-il pour $p(n) = \mathbb{1}_{(n \leqslant K)}$?
8. On suppose dans la suite du problème :
   $$p(n) = \frac{1}{n+1}$$
   Déterminer dans ce cas précis les différents indices de performance.
9. Comparez ces résultats à ceux obtenus lors de l'étude de la file $M/M/\infty$. Conclure