

Devoir

Le travail se fait en binôme. Chaque binôme choisit un seul sujet parmi ceux proposés ci-après.

Le travail devra être envoyé par mail (deadline fixée ultérieurement) sous forme d'archive compressée

Nom1-Nom2.tar.gz

La structure de l'archive sera la suivante :

Nom1-Nom2/src/README

Nom1-Nom2/src/codes-sources

Nom1-Nom2/src/Makefile

Nom1-Nom2/doc/rapport.pdf

Nom1-Nom2/doc/HOWO

Nom1-Nom2/data/données expérimentales ayant servi pour votre rapport

Sujet du mail

[RICM4:PS] Rapport DM Nom1-Nom2

Tout travail qui ne sera pas rendu dans ce format ne sera pas évalué.

Sujet 1 : Complexité algorithmique

L'objectif de ce sujet est d'évaluer la complexité d'une structure de donnée *arbre binaire* générée aléatoirement.

Question 1.1 : Algorithme de génération

Ecrire un algorithme de génération uniforme d'arbre binaire de taille n . On démontrera que l'algorithme génère bien un arbre selon la loi uniforme.

Question 1.2 : Hauteur de l'arbre

Etudier en fonction de n la distribution de probabilité associée à la hauteur d'un arbre de taille n généré uniformément. On prendra $n = 10, 100, 1000$ et on justifiera la taille des échantillons générés pour estimer cette distribution.

Question 1.3 : Hauteur moyenne d'un arbre uniformément généré

Tracer en fonction de n la hauteur moyenne d'un arbre uniformément généré ainsi que l'intervalle de confiance associé. Qu'en concluez-vous ? Démontrer que cette hauteur moyenne est en $\mathcal{O}(\log n)$.

Devoir

Le travail se fait en binôme. Chaque binôme choisit un seul sujet parmi ceux proposés ci-après.

Le travail devra être envoyé par mail (deadline fixée ultérieurement) sous forme d'archive compressée

Nom1-Nom2.tar.gz

La structure de l'archive sera la suivante :

```
Nom1-Nom2/src/README
Nom1-Nom2/src/codes-sources
Nom1-Nom2/src/Makefile
Nom1-Nom2/doc/rapport.pdf
Nom1-Nom2/doc/HOWO
Nom1-Nom2/data/données expérimentales ayant servi pour votre rapport
```

Sujet du mail

[RICM4:PS] Rapport DM Nom1-Nom2

Tout travail qui ne sera pas rendu dans ce format ne sera pas évalué.

Sujet 2 : Réseau de capteurs

L'objectif de ce sujet est d'évaluer la couverture d'un espace sur lequel on a déposé des capteurs de manière aléatoire. Pour simplifier l'approche on considère que l'espace est représenté par un disque de rayon 1 et que les n capteurs sont répartis selon une loi uniforme sur ce disque. Les capteurs ont une portée de communication θ , c'est à dire que 2 capteurs à une portée inférieure à θ peuvent échanger des informations.

Question 2.1 : Algorithme de génération

Ecrire un algorithme qui génère les n points dans le disque. Calculer la matrice des distances entre les différents capteurs et par suite le graphe de connexion.

Question 2.2 : Connectivité

Etudier en fonction de n et de θ la probabilité $p_c(n, \theta)$ que l'ensemble des capteurs soient connectés (il existe un chemin entre 2 capteurs quelconques). Pour cela tracer $p_c(n, \theta)$ en fonction de θ pour $n = 10, 20, 100$, on estimera l'erreur à l'aide d'intervalles de confiance.

Question 2.3 : Portée critique

Montrer que le phénomène est critique, c'est à dire que $p_c(n, \theta)$ varie brutalement à partir d'une certaine valeur que l'on estimera graphiquement.

Question 2.4 : Couverture

Calculer, pour n et θ fixé la probabilité qu'un point à distance r du centre soit couvert. Par simulation calculer le taux de couverture du disque, c'est à dire la proportion de surface moyenne couverte par le réseau de capteurs.

Devoir

Le travail se fait en binôme. Chaque binôme choisit un seul sujet parmi ceux proposés ci-après.

Le travail devra être envoyé par mail (deadline fixée ultérieurement) sous forme d'archive compressée

Nom1-Nom2.tar.gz

La structure de l'archive sera la suivante :

Nom1-Nom2/src/README

Nom1-Nom2/src/codes-sources

Nom1-Nom2/src/Makefile

Nom1-Nom2/doc/rapport.pdf

Nom1-Nom2/doc/HOWO

Nom1-Nom2/data/données expérimentales ayant servi pour votre rapport

Sujet du mail

[RICM4:PS] Rapport DM Nom1-Nom2

Tout travail qui ne sera pas rendu dans ce format ne sera pas évalué. Un labyrinthe de taille $m \times n$ est constitué par des obstacles placés aléatoirement sur une grille, on note p la probabilité d'avoir un obstacle en un point de la grille. Une puce part du point A (en bas à gauche de la grille) pour rejoindre le point B (en haut à droite de la grille), on supposera qu'il existe un chemin de A à B . Son déplacement est aléatoire, c'est à dire qu'elle choisit uniformément la case suivante parmi ses voisines.

L'objectif du travail demandé est l'étude du temps mis par la puce pour atteindre B en partant de A

Question 4.1 : Algorithme de génération de labyrinthe

Écrire un algorithme qui génère, en fonction de p , un terrain acceptable, c'est-à-dire tel qu'il existe un chemin entre A et B .

Question 4.2 : Déplacement de la puce

Écrire un algorithme de déplacement de la puce dans le labyrinthe.

Question 4.3 : Etude expérimentale (référence)

Pour $p = 0$ et plusieurs valeurs de (m, n) , estimer le temps moyen d'atteinte de B partant de A .

Question 4.4 : Cas particulier $m = n = 10$

Étudier la distribution du temps d'atteinte de B partant de A pour $p = 0$ et $m = n = 10$.

Question 4.5 : Étude de l'impact de p

Évaluer l'impact de p sur le temps moyen d'atteinte de B partant de A .

Devoir

Le travail se fait en binôme. Chaque binôme choisit un seul sujet parmi ceux proposés ci-après.

Le travail devra être envoyé par mail (deadline fixée ultérieurement) sous forme d'archive compressée

Nom1-Nom2.tar.gz

La structure de l'archive sera la suivante :

```
Nom1-Nom2/src/README
Nom1-Nom2/src/codes-sources
Nom1-Nom2/src/Makefile
Nom1-Nom2/doc/rapport.pdf
Nom1-Nom2/doc/HOWO
Nom1-Nom2/data/données expérimentales ayant servi pour votre rapport
```

Sujet du mail

[RICM4:PS] Rapport DM Nom1-Nom2

Tout travail qui ne sera pas rendu dans ce format ne sera pas évalué.

Sujet 3 : Circuit optimal

Une application distribuée est constituée d'un ensemble de n sites totalement connectés, le réseau est supposé fiable. On note par $d_{i,j} = d_{j,i}$ la durée d'envoi d'un message du site i au site j . Pour implanter un algorithme distribué d'exclusion mutuelle on utilise sur un jeton qui parcourt tous les sites. Le "Round Trip Time" (RTT) est la durée du tour du jeton par tous les sites. L'objectif est de construire le tour du jeton de durée minimale pour une matrice de durée D donnée.

Une configuration C du système consiste en un circuit passant une et une seule fois par chacun des sites. L'opération d'échange consiste à modifier le circuit en échangeant 2 sites. Par exemple si

$$C = 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 1,$$

l'échange de 2 et de 5 donne le circuit

$$C' = 1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 1.$$

Un premier algorithme consiste à partir d'un circuit initial et de l'améliorer par échanges successifs jusqu'à ce que cela ne soit plus possible. On peut montrer que cet algorithme donne une approximation mais ne donne pas forcément de valeur optimale. On améliore cet algorithme en utilisant un tirage aléatoire permettant de faire des échanges même si on ne gagne pas sur le RTT.

Le paramètre T est appelé paramètre de température et décroît au fur et à mesure de l'exécution de l'algorithme.

Question 3.1 : Explications

Que se passe-t-il pour $T = +\infty$, pour $T = 0$? Donner une intuition expliquant que T doit décroître "pas trop vite" ni "trop lentement".

Question 3.2 : Algorithme de génération

Écrire un algorithme qui génère une matrice symétrique D dont les $d_{i,j}$, pour $i < j$ sont indépendants uniformément répartis sur $[0, 1[$, avec $d_{i,i} = 0$. Écrire un algorithme de génération uniforme d'un circuit. Implanter l'algorithme de recuit simulé.

Question 3.3 : Etude expérimentale

Pour $n = 200$ proposer plusieurs schémas de décroissance de température et les comparer sur une même matrice et circuit initial.

Question 3.4 : Loi du RTT "optimal"

Etudier, pour $n = 200$ la loi empirique du RTT optimal.

Algorithme 1 Algorithme du recuit simulé

$C \leftarrow \text{genere_circuit}()$
 $T \leftarrow \text{valeur - initiale}$
répéter
 $i \leftarrow \text{random_site};$
 $j \leftarrow \text{random_site};$
 $C' \leftarrow \text{echange}(C, i, j)$
 $\Delta = \text{RTT}(C') - \text{RTT}(C)$
 si $\text{Random} < \exp(-\frac{\Delta}{T})$ **alors**
 $C \leftarrow C'$
 fin si
 Actualiser T
jusqu'à Condition sur T ou C
