

Quick du 15 octobre 2007 (Durée 3/4 heure)

Les documents ne sont pas autorisés, mais les calculatrices sont autorisées.

Un dé qui triche ?

répéter

```
Y = INT( random() * 11 );  
{ INT(x) renvoie l'entier partie entière inférieure de x, }  
{ les appels successifs à la fonction random() sont modélisés par une suite de variables aléatoires indépen-  
dantes de même loi uniforme sur l'intervalle [0, 1[ }  
jusqu'à Y pair  
Return Y/2+1
```

Question 1.1 : Génération

Donner la séquence des 5 premières valeurs obtenues en utilisant la table des nombres aléatoires fournie en annexe.

Question 1.2 : Qualité du dé

L'algorithme proposé émule-t-il un dé non biaisé ?

Question 1.3 : Coût

Evaluer le coût moyen de cet algorithme.

Loi binomiale

Soit X variable aléatoire de loi binômiale $\mathcal{B}(n, p)$

Question 2.1 : Variance

Expliquer pourquoi $Var X = np(1 - p)$.

Loi discrète

Soit X variable aléatoire à valeur dans $[1, n]$ de loi $\mathbb{P}(X = k) = \alpha k$.

Question 3.1 : Paramètres de la loi

Quelle est la valeur de α ? Calculer la valeur la plus probable de cette loi ainsi que sa médiane. Calculer la moyenne de X .

Question 3.2 : Génération

Ecrire un algorithme de simulation selon la loi ci-dessus et faire l'analyse de son coût.

Question 3.3 : Somme de variables de loi uniforme

Si Y et Z sont des variables aléatoires indépendantes de même loi uniforme sur les entiers $\{0, 1, \dots, n-1\}$, calculer la loi de $T = Y + Z$.

Question 3.4 : Génération (2)

En déduire la loi de $V = \min(T, 2(n-1) - T)$, puis écrire un nouvel algorithme qui génère une variable de même loi que X .

Annexe : Réels (float) pseudo-aléatoires

0.327010 0.057128 0.994553 0.214157 0.825574 0.795653 0.068671 0.667426 0.755272 0.461837
0.788446 0.411315 0.905150 0.781532 0.794132 0.095405 0.647180 0.548351 0.271737 0.638842
0.723094 0.464648 0.332958 0.886690 0.764691 0.604677 0.390348 0.213932 0.135788 0.528952
0.155550 0.462798 0.586080 0.150103 0.676956 0.411654 0.945757 0.745627 0.079080 0.701028
0.207464 0.867526 0.112343 0.112614 0.649058 0.906475 0.208019 0.296238 0.454826 0.479756
0.935080 0.177919 0.944403 0.268038 0.064609 0.709094 0.872715 0.454958 0.923026 0.008503
0.983909 0.078576 0.471301 0.569990 0.228680 0.148257 0.981644 0.174436 0.893884 0.060724
0.875465 0.101348 0.928250 0.987808 0.213961 0.577309 0.894283 0.421980 0.873546 0.349109
0.901736 0.808627 0.527028 0.846139 0.076665 0.591637 0.555233 0.949380 0.046595 0.478259
0.957883 0.030504 0.556835 0.429184 0.600494 0.785515 0.577441 0.582138 0.959951 0.471325