

**Quick du 4 décembre 2006** (Durée 1/2 heure)

Les documents ne sont pas autorisés mais les calculettes et les tables statistiques sont autorisées.

**Génération de loi continue**

On dispose d'un générateur aléatoire noté  $\text{random}()$  à valeur réelle dans l'intervalle  $[0, 1[$ . On supposera que la séquence des appels successifs à cette fonction est modélisée par une séquence de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi uniforme sur  $[0, 1[$ .

Soit  $X$  une variable aléatoire dont la densité  $f$  est définie sur  $[0, 1[$  par

$$f(x) = \beta x(1 - x).$$

**Question 1.1 : Propriétés de la loi**

Calculer la valeur de  $\beta$ .

Calculer la fonction de répartition de  $X$ .

Calculer la moyenne et la variance de  $X$ .

**Question 1.2 : Simulation**

Proposer un algorithme de simulation de variable aléatoire de loi de densité  $f$ . On prouvera cet algorithme et on évaluera son coût en nombre d'appels à  $\text{random}()$ .

**Chacun sa croix**

On considère un espace en forme de croix (figure 1) et on souhaite générer un point  $P$  uniformément sur cet espace.

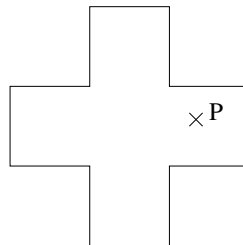


FIG. 1 – Surface du terrain

**Question 2.1 : Algorithme de simulation**

Donner, en le justifiant un algorithme de génération uniforme d'un point  $P$  sur l'espace délimité par la croix.

**Question 2.2 : Exemple**

Donner les coordonnées des 4 premiers points générés (utiliser la table de nombres aléatoires donnée en annexe en précisant votre méthode de parcours de la table).

**Question 2.3 : Analyse de complexité**

Calculer le coût moyen de votre algorithme et commenter votre résultat.

## Roue de la fortune

On considère un jeu de fête foraine constitué d'une roue montée sur pivot décomposée en secteurs de taille égale. Sur chaque secteur on a écrit une lettre, le mot formé par la roue est "BARBAPAPA".

Une observation des lettres tirées par la roue fournit le tableau suivant :

lettre	B	A	R	P
effectif	211	426	112	251

Qu'en pensez-vous ?

## Annexe : Réels (float) pseudo-aléatoires

```

0.327010 0.057128 0.994553 0.214157 0.825574 0.795653 0.068671 0.667426 0.755272 0.461837
0.788446 0.411315 0.905150 0.781532 0.794132 0.095405 0.647180 0.548351 0.271737 0.638842
0.723094 0.464648 0.332958 0.886690 0.764691 0.604677 0.390348 0.213932 0.135788 0.528952
0.155550 0.462798 0.586080 0.150103 0.676956 0.411654 0.945757 0.745627 0.079080 0.701028
0.207464 0.867526 0.112343 0.112614 0.649058 0.906475 0.208019 0.296238 0.454826 0.479756
0.935080 0.177919 0.944403 0.268038 0.064609 0.709094 0.872715 0.454958 0.923026 0.008503
0.983909 0.078576 0.471301 0.569990 0.228680 0.148257 0.981644 0.174436 0.893884 0.060724
0.875465 0.101348 0.928250 0.987808 0.213961 0.577309 0.894283 0.421980 0.873546 0.349109
0.901736 0.808627 0.527028 0.846139 0.076665 0.591637 0.555233 0.949380 0.046595 0.478259
0.957883 0.030504 0.556835 0.429184 0.600494 0.785515 0.577441 0.582138 0.959951 0.471325

```