L3-INFO Algorithmique

Université Joseph Fourier
GRENOBLE
UFR IM²AG

Travaux dirigés, séance 1
Calcul de coût

1 Comparaison d'échelle

Exercice 1. Valeurs numériques

1. Comparer les valeurs de 2^n et n^3 pour $n = 1, 2, 3, 4, 10, 20$. Pour quelle valeur de n ces fonctions sont-elles (presques) égales ?
2. Comparer les valeurs de $\log_2(n)$ et $\sqrt{n}$ pour les 6 premières valeurs de n qui sont des carrés de puissances de 2.
3. Tracer sur une même figure les courbes des fonctions n^3, $\log_2(n)$ et $\sqrt{n}$.

Exercice 2. Ordres de grandeur

1. Soient les fonctions f et g suivantes :
   (a) $f(n) = n^2 + 100000 \quad g(n) = n^3$
   (b) $f(n) = n^2 \times 100000 \quad g(n) = n^3$
   Tracer les courbes de f et g dans les 2 cas. Pour quelle valeur de n se coupent-elles ? Que vaut $\lim_{n\to+\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$?
2. Soient $f(n) = n^3 + n^2$ et $g(n) = n^3$. Calculer $\lim_{n\to+\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$ et $\lim_{n\to+\infty} f(n) - g(n)$.
3. Montrer $\forall a, b, c$:
   $$\log_a c = O(log_b c)$$
   et
   $$\log_b c = O(log_a c)$$
4. Que dire des notions d'équivalence (comportement identique) et d'égalité (identité) entre deux fonctions ?

Calcul de coût

2 Analyse de programmes simples

Exercice 3. Itérations emboîtées

Evaluer le nombre des additions exécutées par chacun des algorithmes suivants :

1.
```
(1) pour i = 1 a n faire
(2)         pour j = 1 a n faire
(3)                 x := x+a
```

2.
```
(1) pour i = 1 a n faire
(2)         pour j = 1 a i faire
(3)                 x := x+a
```

3.
```
(1) pour i de 5 a n-5 faire
(2)         pour j de i-5 a i+5 faire
(3)                 x := x+a
```

4.
```
(1) pour i = 1 a n faire
(2)         pour j = 1 a i faire
(3)                 pour k = 1 a j faire
(4)                         x := x+a
```

Exercice 4. Recherche séquentielle

On étudie un algorithme de recherche séquentielle dans une table. On se place dans le cas où il n'y a pas d'hypothèse sur le fait que la table est ordonnée ni sur la présence de l'élément cherché dans la table.

Il s'agit d'évaluer le nombre de comparaisons effectuées lors d'une recherche d'un élément x dans une table T de taille n.

– Considérer d'abord les cas favorables et défavorables.
– On prend pour hypothèse que la probabilité pour que x soit dans T est p, et que, dans le cas où x est dans T, la probabilité qu'il soit en position i est $1/n$, $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$.
  Quelle est la probabilité, lors d'une exécution de l'algorithme, d'observer le coût minimal, le coût maximal ?
– Faire l'analyse en moyenne.