



Tests statistique

L'objectif de cette séance est d'illustrer la démarche de test d'hypothèse. Un des objectif est de pouvoir vérifier la qualité de générateurs aléatoires.

Exercice 1 Dé tricheur ?

On étudie 3 dés. Analyser et commenter les résultats suivants :

Résultats de simulation d'un dé

Résultat pour le dé 1

```
5 4 2 2 2 1 6 5 5 3 2 2 3 3 6 3 5 6 6 4
5 2 6 2 1 1 2 6 4 6 1 3 4 1 2 2 3 2 5 5
3 5 2 1 2 1 6 4 5 2 2 6 3 6 3 4 3 6 1 1
5 2 6 3 2 4 1 4 4 6 4 6 1 3 5 2 2 6 5 4
1 2 2 5 2 3 2 2 3 6 1 2 5 2 1 2 1 5 4 1
```

Résultat pour le dé 2

```
4 6 5 3 2 6 3 2 4 1 3 2 6 4 6 5 3 4 5 2
2 2 2 5 3 4 3 5 4 4 6 3 1 2 4 5 2 5 6 2
4 3 2 4 3 3 6 1 3 1 4 4 3 5 2 4 5 5 2 5
3 3 5 3 5 3 4 3 2 3 2 5 5 2 6 3 5 3 5 1
5 5 1 5 5 1 4 1 2 5 1 5 4 5 5 3 5 3 6 4
```

Résultat pour le dé 3

```
2 5 6 1 6 3 1 2 2 1 2 1 2 6 1 5 3 6 5 1
6 1 1 5 6 3 2 4 2 6 4 2 3 3 5 5 3 1 5 3
2 1 3 2 6 4 2 6 6 6 4 1 6 3 5 5 6 6 4 2
5 1 6 5 1 1 4 4 1 2 4 6 3 6 4 6 2 3 4 4
6 1 6 2 4 1 1 5 4 1 5 4 5 1 6 3 4 6 5 1
```

Exercice 2 Dé tricheur ?

On poursuit l'étude en augmentant la taille des échantillons. Analyser et commenter les résultats suivants :

Taille de l'échantillon 100, 1000, 10000, 10000, 1000000

dé1

```
1 24 161 1623 16750 166966
2 8 191 1645 16723 165956
3 14 144 1701 16716 166145
4 14 177 1706 16700 166896
5 18 165 1684 16431 167158
6 22 162 1641 16680 166879
```



dé2

```
1 09 096 1024 09991 100219
2 17 191 2022 20008 201139
3 22 187 1979 20020 199853
4 21 194 1987 20145 199920
5 22 220 1999 19805 198805
6 09 112 0989 10031 100064
```

dé3

```
1 14 164 1745 16981 170567
2 14 154 1561 15394 154377
3 18 182 1690 17104 171182
4 14 181 1510 16261 162419
5 19 149 1723 17155 171331
6 21 170 1771 17105 170124
```

Exercice 3 Test du poker

On souhaite analyser la qualité d'un générateur aléatoire d'entiers supposé uniforme sur $[0, N]$, en particulier on s'intéresse aux corrélations éventuelles entre des tirages successifs. On génère donc k valeurs. Si le générateur est de loi uniforme calculer :

- la probabilité que les k valeurs soient différentes ;
- la probabilité d'avoir seulement une paire ;
- la probabilité d'avoir seulement un brelan ;

Pour $N = 9$ et $k = 5$, remplir le tableau

Configuration	Probabilité
a,b,c,d,e	
a,a,b,c,d	
a,a,b,b,c	
a,a,a,b,c	
a,a,a,a,b	
a,a,a,a,a	

Comment, à partir de ces données construire un test du χ^2 de l'uniformité du générateur ? Attention lorsque la probabilité d'une configuration est trop faible on fait des classes pour regrouper les configurations de manière à avoir des classes dont les probabilités sont du même ordre de grandeur.

Appliquer cette analyse à l'échantillon

```
86397 75613 22093 38295 78476 74393 88027 79341 76385 71491
96934 61891 28920 70004 17055 62701 89883 34423 54246 22722
14029 58138 31829 15467 72207 82955 17919 87700 64257 27263
04524 21617 23415 40221 38653 37153 46708 13985 71812 46368
59715 14220 66647 46145 61653 89926 77649 15347 31405 24139
69135 41534 11276 19244 98548 07320 39042 69413 82410 02027
42697 50593 52267 52694 98630 74277 02062 82331 69396 04864
35309 37465 16823 00533 60309 90487 91321 35972 49831 13277
63894 78427 21854 98096 24507 72000 86466 84537 25801 30939
65316 09819 80527 10164 89979 01004 96937 54746 63626 33750
```