

**Quick du 6 novembre 2012** (Durée 1 heure)

Les documents, les calculatrices et les téléphones portables ne sont pas autorisés.  
Le barème est indicatif.

**Jeu de hasard ( $\sim 6$  points)**

Alice et Bob jouent à un jeu de pile ou face avec une pièce biaisée. Alice commence par lancer la pièce, si le résultat est pile Alice gagne sinon Bob lance la pièce, s'il obtient pile il gagne sinon on recommence par Alice.

**Question 1.1 : Modélisation**

Proposer un modèle pour ce système aléatoire.

**Question 1.2 : Durée de la partie**

Donner la loi de la durée d'une partie, sa moyenne et sa variance.

**Question 1.3 :**

Tracer la probabilité de gain d'Alice en fonction de  $p$  et commenter la courbe.

**Générateur mystère ( $\sim 4$  points)**

Soit le générateur de variable aléatoire discrète défini par l'algorithme suivant

```
Générateur-Mystère()  
  U=Random ()  
  X=INT (1/U)           // INT est la partie entière inférieure  
  return X
```

**Question 2.1 : Analyse**

Calculer la loi de la valeur retournée  $X$ .

**Question 2.2 : Propriétés**

Calculer la fonction de répartition, l'espérance et la variance de la valeur retournée  $X$ .

**Triangles ( $\sim 4$  points)**

On considère un bâton que l'on coupe en 3 morceaux. Quelle est la probabilité que l'on puisse faire un triangle avec ces 3 morceaux ?

On supposera que le bâton est modélisé par l'intervalle  $[0, 1[$  et que les points de découpe  $U_1$  et  $U_2$  du bâton sont tirés uniformément sur l'intervalle.

**Question 3.1 :**

Donner la condition sur  $U_1$  et  $U_2$  pour pouvoir construire un triangle et en déduire un dessin pour calculer la probabilité et donner cette probabilité.

**Chemins critiques (~ 6 points)**

On considère un graphe de tâche constitué d'une source  $S$ , d'un puits  $P$  sans arc redondant. Tout chemin de  $S$  à  $P$  peut être critique.

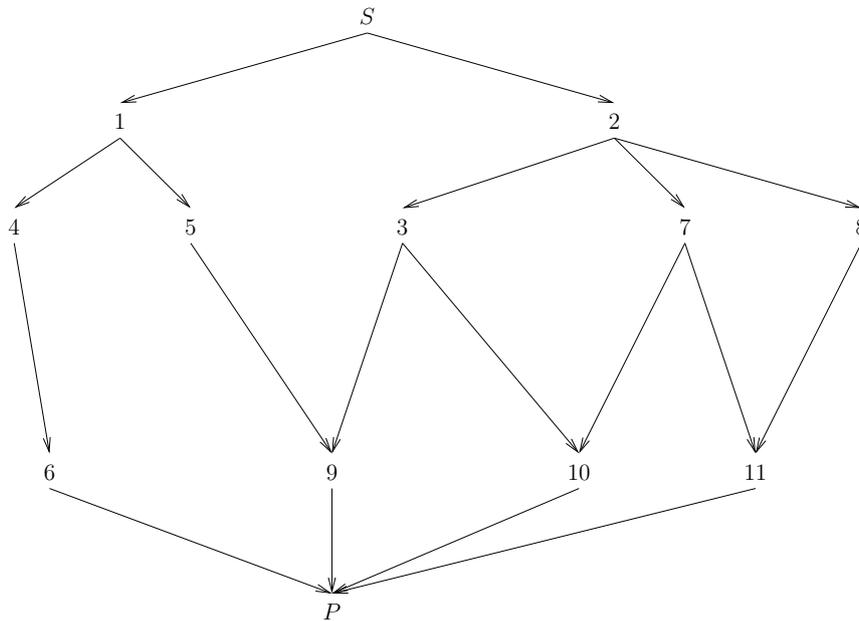
Pour tester le graphe de tâche, on souhaite écrire un algorithme de génération uniforme de chemin critique de  $S$  à  $P$ .

**Question 4.1 : Conception**

Proposer une méthode permettant la génération uniforme d'un chemin critique.

**Question 4.2 : Application**

Pour le graphe ci-dessous générer, en utilisant la table des nombres au hasard 2 chemins critiques (bien expliquer le procédé).



**Annexe : Réels pseudo-aléatoires indépendants et uniformément distribués sur  $[0, 1[$**

**Indiquer pour chaque utilisation le parcours effectué de la table**

0.327010	0.057128	0.994553	0.214157	0.825574	0.795653	0.068671	0.667426	0.755272	0.461837
0.788446	0.411315	0.905150	0.781532	0.794132	0.095405	0.647180	0.548351	0.271737	0.638842
0.723094	0.464648	0.332958	0.886690	0.764691	0.604677	0.390348	0.213932	0.135788	0.528952
0.155550	0.462798	0.586080	0.150103	0.676956	0.411654	0.945757	0.745627	0.079080	0.701028
0.207464	0.867526	0.112343	0.112614	0.649058	0.906475	0.208019	0.296238	0.454826	0.479756
0.935080	0.177919	0.944403	0.268038	0.064609	0.709094	0.872715	0.454958	0.923026	0.008503
0.983909	0.078576	0.471301	0.569990	0.228680	0.148257	0.981644	0.174436	0.893884	0.060724
0.875465	0.101348	0.928250	0.987808	0.213961	0.577309	0.894283	0.421980	0.873546	0.349109
0.901736	0.808627	0.527028	0.846139	0.076665	0.591637	0.555233	0.949380	0.046595	0.478259
0.957883	0.030504	0.556835	0.429184	0.600494	0.785515	0.577441	0.582138	0.959951	0.471325