

Quick du 16 octobre 2006 (Durée 1/2 heure)

Les documents ne sont pas autorisés mais les calculettes sont autorisées.

NOM :

PRENOM :

Groupe :

Exercice : générateurs aléatoires**Question 1.1 :** Transformation de lois uniformes

Ecrire en le justifiant un algorithme de génération d'un dé à 20 faces à partir d'un dé (non pipé) ayant 6 faces.

Question 1.2 : Analyse du générateur suivant¹ :

$X = 0; Y = 1;$

répéter

$X = X + 1; Y = Y/2;$

jusqu'à $Random() > Y$

Return X;

Quelle est la loi de la valeur retournée X ? Quel est le coût moyen de cette génération ?

Problème : modélisation

Un mécanisme de bas niveau (canal) transmet des bits entre un émetteur et un récepteur. Malheureusement, le support physique peut provoquer une inversion de bit, ce qui risque de provoquer une faute lorsque le récepteur traitera l'information.

On notera p la probabilité qu'un bit transmis soit reçu inversé et on note d le débit du canal en bits par seconde. Pour chacune des questions, prendre les valeurs numériques on prendra $p = 10^{-4}$ et $d = 100\text{Mb/s}$.

L'unité de base de transmission au niveau applicatif est l'octet.

Question 2.1 : Modélisation

Proposer un modèle en précisant les hypothèses statistiques choisies.

Question 2.2 : Taux de mauvaises transmissions

Calculer la probabilité qu'un octet reçu ne corresponde pas à l'octet émis.

¹On suppose que les appels successifs à la fonction $Random()$ sont modélisés par une suite de variables aléatoires à valeur dans $[0, 1[$, indépendantes, identiquement distribuées de loi uniforme.

On utilise le dernier bit de l'octet comme un bit de parité. Lorsque l'octet est reçu, on vérifie son bit de parité et si celui-ci est incorrect on rejette l'octet qui sera ré-émis ultérieurement.

Question 2.3 : Bit de parité

Calculer la probabilité qu'un octet reçu et accepté ne corresponde pas à l'octet émis.

Question 2.4 : Ré-émission

Quelle est la loi du nombre d'émissions nécessaires pour que l'octet reçu soit accepté ? Donner sa valeur moyenne.

Question 2.5 : Débit utile

Comment le protocole de contrôle d'erreur affecte le débit utile du canal (quantité de bits contenant une information utile transmise par seconde).