

**Durée 45mn.** Tous documents autorisés.

Une partie des points tient compte de la clarté et de la présentation des réponses.

## Métriques et charge opérationnelle

On considère le processus d'arrivée de clients suivant :

- 25 clients successifs arrivent à intervalles de 40ms (millisecondes)
- une pause de 300ms a lieu
- la rafale suivante de 25 clients arrive, et ainsi de suite.

### Question 1.1 : Débit

Calculer le *débit moyen* du processus et son *débit crête*, exprimés en clients par seconde.

Le processus en question est constitué d'images pour une application vidéo distribuée. On suppose que le premier des 25 clients de chaque rafale est un paquet de 10 000 octets, et que les 24 suivants sont des paquets de 250 octets.

### Question 1.2 : Demande

Quel est le taux d'arrivée moyen de l'information, mesuré en octets par seconde ?

On suppose en outre que le processeur qui exécute l'application a besoin en moyenne de  $50 \mu s$  (microsecondes) pour décoder et afficher un octet.

### Question 1.3 : Charge opérationnelle

Le processeur est-il assez puissant pour traiter toute l'information ?

### Question 1.4 : Utilisation

Quel est le taux d'utilisation du serveur ?

### Question 1.5 : Temps de service

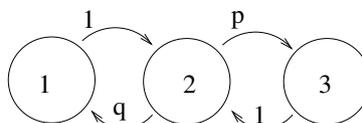
Pour chaque type d'image (première de rafale ou suivante), calculer le temps de service d'une image.

### Question 1.6 : Temps d'attente

Combien d'images seront mises en attente avant d'être traitées ? Calculer le temps moyen d'attente.

## Bonds et Rebonds

On considère une puce se déplaçant aux instants  $1, 2, \dots$  sur le graphe suivant :



Lorsqu'elle atteint les états 1 et 3, elle rebondit à l'instant suivant vers l'état d'où elle vient. Lorsqu'elle est dans l'état 2, elle saute avec probabilité  $p$  vers l'état 3 et avec probabilité  $q$  vers l'état 1, avec  $0 < p < q < 1$ . On nomme  $X(n)$  la variable qui indique le nœud où se trouve la puce à l'instant  $n$ .

**Question 2.1 :** Markov

Montrer que  $\{X_n\}_{n \geq 0}$  est une chaîne de Markov homogène à temps discret.

**Question 2.2 :** Classification

Classifier les états. Cette chaîne est-elle ergodique ?

**Question 2.3 :** Calcul de  $P$

Donner sa matrice de transition  $P$ .

On suppose que l'état initial (temps  $n = 0$ ) est distribué selon le vecteur  $\pi_0 = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 - \alpha \end{pmatrix}$

avec  $0 < \alpha < 1$ .

**Question 2.4 :** Probabilités transitoires

Quelle est la probabilité qu'à l'instant  $n=2$ , la puce soit dans le nœud central 2? Expliquez vos calculs.

## Mesures

On souhaite comparer les temps de réponse de deux programmes appelés *Tintin* et *Milou*. On les exécute sur des machines identiques un certain nombre de fois, sur le même jeu de données, et l'on cherche à déterminer quel est le meilleur programme. Les résultats sont fournis en page 3.

**Question 3.1 :** Tintin

Quel est le temps moyen de réponse de *Tintin* ?

**Question 3.2 :** Confiance

Calculer l'intervalle de confiance à 95% sur le temps moyen de réponse de *Tintin*.

**Question 3.3 :** Milou

Même question pour son concurrent *Milou* (temps de réponse moyen et intervalle de confiance).

**Question 3.4 :** Conclusion

Que peut-on en conclure? En particulier, un programme est-il significativement meilleur que l'autre ?

**Question 3.5 : Évaluation**

Quelles critiques peut-on formuler sur cette méthode d'évaluation de performances ? Sur les statistiques observées ?

**Temps de réponse**

Voici les temps de réponse du programme de *Tintin* mesurés en millisecondes :

0.540000 0.665400 0.676654 0.706766 0.767068 0.747671 0.787477 0.687875 0.586879  
0.705869 0.806575 0.678066 0.686781 0.686868 3.896251 0.646869 0.596469 0.675965  
0.706760 0.707068

Voici les temps de réponse du programme de *Milou* mesurés en millisecondes :

0.540000 0.665400 0.676654 0.362437 0.767068 0.747671 0.787477 0.687875 0.382927  
0.705869 0.677059 0.756771 0.677568 0.716776 0.323433 0.667572 0.776676 0.627767  
0.696278 0.000000