

Durée 2 heures

Tous documents autorisés

Les parties du problème sont indépendantes

Le barème est indicatif

## Dimensionnement d'un réseau satellite

Un satellite sert de relais pour connecter  $n$  stations au sol. Quand une station émet un message sur une fréquence  $f$ , le satellite réémet ce message sur une fréquence  $f'$  vers la station à qui ce message est destiné. Deux fréquences sont donc utilisées simultanément pour acheminer un message.

Vu des stations au sol, le réseau est un réseau totalement maillé puisque toutes les stations peuvent communiquer deux à deux.

### Partie I : Pré-assignation des fréquences (9 points)

On décide d'affecter à chaque couple  $(i,j)$  de stations un nombre  $(s_{ij})$  fixe de fréquences. Ces fréquences forment des liens bidirectionnels entre les stations (cf figure 1).

Si un message doit être émis sur le lien  $(i,j)$  alors que toutes les  $s_{ij}$  fréquences assignées à ce lien sont occupées, le message est rejeté.

Le problème consiste à dimensionner les liens (ie : trouver les  $s_{ij}$ ) de manière à garantir un certain taux de rejets. Un  $s_{ij}$  doit être déterminé en fonction de l'intensité du trafic généré sur ce lien par le couple de stations  $(i,j)$ .

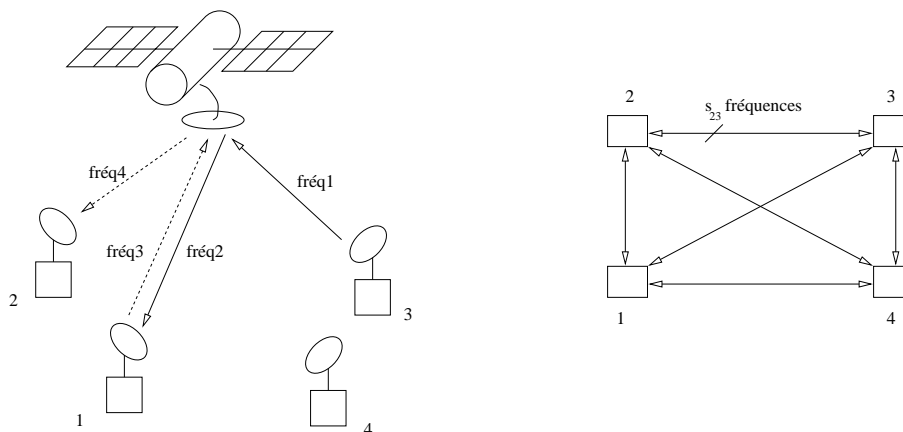


FIG. 1 – Satellite relais : la capacité du lien bidirectionnel entre  $(i,j)$  est fixée par le nombre  $s_{ij}$  de fréquences assignées à ce lien.

### Modélisation du lien bidirectionnel entre deux stations $i$ et $j$

On note :

- $\lambda_{ij}$  (resp.  $\lambda_{ji}$ ) le taux d'arrivées des messages générés par la station  $i$  (resp.  $j$ ) vers la station  $j$  (resp  $i$ ). Par convention,  $\lambda_{ii} = 0$ .

- $T$  le temps moyen d'acheminement d'un message.

**Question 1 :**

Quel est, en fonction de  $s_{ij}$ , le nombre maximum de messages pouvant être acheminés en même temps par le lien ?

**Question 2 :**

Quel est le taux d'arrivées des messages générés par le couple de stations  $(i, j)$  sur le lien qui relie ces deux stations ?

**Question 3 :**

Expliquer comment et pourquoi le lien peut être modélisé par une file  $M/M/S/S$ .

**Question 4 :** Calcul du taux de rejets sur le lien

Donner la charge d'utilisation des ressources. En utilisant les résultats sur la file  $M/M/S/S$  vus en TD, donner l'expression de  $P_r^{(ij)}$  le taux de rejets sur le lien.

**Taux de rejets au niveau d'une station**

On note :

$$p_{ij} = \frac{\lambda_{ij} + \lambda_{ji}}{\sum_{k=1}^n \lambda_{ik} + \lambda_{ki}},$$

la probabilité qu'un message passant par la station  $i$  passe aussi par la station  $j$  (ie : le message passe par la station  $i$  et par le lien entre  $i$  et  $j$ ).

**Question 5 :**

Donner l'expression de  $P_{pré}^{(i)}$  la probabilité de rejets au niveau de la station  $i$ .

**Partie II : Assignation à la demande (9 points)**

On décide de gérer le pool de fréquences en fonction de la demande (ie : allocation dynamique des fréquences aux liens). L'envoi d'un message à un instant donné est donc contraint par le nombre de fréquences globalement disponibles.

D'autre part, les émissions et réceptions au niveau d'une station s'effectuent grâce à un même dispositif technique. Un message devant passer par la station  $i$  (en émission ou en réception) est accepté uniquement si la station  $i$  possède un dispositif de libre. Le traitement d'un message par la station  $i$  est donc contraint par le nombre  $d_i$  de dispositifs de réception/émission de la station.

Il y a donc deux causes de rejet possible pour un message mettant en jeu la station  $i$  :

- pas de fréquence disponible, on note  $P_r^f$  la probabilité de cet événement,
- pas de dispositif disponible sur la station  $i$ . On note  $P_r^{d_i}$  la probabilité de cet événement.

On considérera que les occurrences de ces événements sont assez faibles pour supposer qu'ils ne se produisent pas ensemble. On suppose donc que ces événements sont indépendants.

**Estimation de  $P_r^{d_i}$** 

On note :

- $\lambda_i = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} + \lambda_{ji}$  le taux d'arrivées des messages passant par la station  $i$ .
- $T$  le temps moyen d'acheminement d'un message.

- $d_i$  le nombre maximum de messages pouvant être traités en même temps par la station  $i$ .

**Question 1 :**

Expliquer comment la station  $i$  peut être modélisée par une file  $M/M/S/S$ .

**Question 2 :**

En utilisant les résultats sur la file  $M/M/S/S$  vus en TD, donner l'expression de  $P_r^{d_i}$ .

**Estimation de  $P_r^f$** 

On note :

- $\lambda = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}$  le taux d'arrivées des messages générés par l'ensemble des stations.
- $T$  le temps moyen d'acheminement d'un message.
- $F$  le nombre maximum de fréquences pouvant être allouées par le satellite.

**Question 3 :**

Quel est le nombre maximum de messages pouvant être traités en même temps par le satellite ?

**Question 4 :**

Expliquer comment l'ensemble du réseau peut être modélisé par une file  $M/M/S/S$ .

**Question 5 :**

En utilisant les résultats sur la file  $M/M/S/S$  vus en TD, donner l'expression de  $P_r^f$ .

**Question 6 : Taux de rejets au niveau d'une station**

Donner l'expression de  $P_{ass}^{(i)}$  la probabilité de rejets au niveau de la station  $i$ .

**Partie III : Comparaison (3 points)****Question 1 :**

Dans le cas de la pré-assignation : exprimer en fonction des  $s_{ij}$  le nombre de dispositifs d'émission/réception nécessaire pour réaliser le réseau.

**Question 2 :**

Dans le cas de l'assignation à la demande : quelle valeur donner à  $d_i$  pour pouvoir négliger  $P_{ri}^d$  ? Dans ce cas quel est le nombre de dispositifs d'émission/réception nécessaire pour réaliser le réseau ?

**Question 3 : Discussion**

Que pensez-vous des deux modèles ? sont-ils réalistes ?  
Permettent-ils de comparer les deux méthodes d'assignation ? si oui comment ?  
Comment améliorer ces modèles ?